



Schulinterner Lehrplan für das Fach

Mathematik

zum Kernlehrplan für die Sekundarstufe II an Gymnasien

Stand: September 2019

INHALT

1 Mathematik am Landrat-Lucas-Gymnasium Leverkusen	3
2 Entscheidungen zur Gestaltung des Unterrichts	4
2.1 Allgemeine Vereinbarungen	4
2.2 Reihenfolge und zeitlicher Umfang der Unterrichtsvorhaben	4
2.3 Kompetenzerwartungen und konkretisierte Unterrichtsvorhaben	6
2.3.1 Jahrgangsstufe EF	6
2.3.2 Qualifikationsphase - Grundkurs	15
2.3.3 Qualifikationsphase - Leistungskurs	18
2.4 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit	74
2.4.1 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung	74
2.4.2 Übersicht über Anzahl und Dauer von schriftlichen Arbeiten	74
2.4.3 Leistungsrückmeldung	74
2.4.4 Lehr- und Lernmittel	76
3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen	76
4 Evaluation des schulinternen Curriculums	76

1 MATHEMATIK

AM LANDRAT-LUCAS-GYMNASIUM LEVERKUSEN

Das **Landrat-Lucas-Gymnasium** in **Leverkusen-Opladen** ist ein sechszüdiges, städtisches Gymnasium im gebundenen Ganztage. Mit seinen etwa 1800 Schülerinnen und Schülern, die von ca. 150 Lehrerinnen und Lehrern unterrichtet werden, ist das Landrat-Lucas-Gymnasium eines der großen Gymnasien in Nordrhein-Westfalen. Unsere Schule fühlt sich seit ihrer Gründung der Chancengleichheit verpflichtet und bietet vielfältige individuelle Entfaltungsmöglichkeiten in verschiedenen Fachbereichen und eine Förderung zum selbstständigen effektiven Lernen. Unsere Schülerinnen und Schüler sollen im Sinne einer individuellen Förderung zu einem partnerschaftlichen und demokratischen Miteinander im Ganztage erzogen werden. Unterricht ist damit sowohl fachwissenschaftliche Vermittlung, Erwerb von Lernkompetenzen sowie Erziehung zu einem Leben in einer demokratischen Gesellschaft in solidarischer Verantwortung, also sowohl für den eigenen Lernprozess als auch für die Gemeinschaft in der Lerngruppe.

Besonders fühlt sich das Landrat-Lucas-Gymnasium den **Naturwissenschaften** verpflichtet und ist Mitglied im Verein mathematisch-naturwissenschaftlicher Excellence-Center an Schulen e.V., also MINT-Excellence-Schule. Aber auch die Kooperation mit außerschulischen Lernorten, wie z.B. mit dem *NaturGut Ophoven*, dem *Bayer-Konzern*, dem *Seniorenheim Upladin*, der *Stadt Leverkusen* sowie unserem Lokalsender *Radio Leverkusen*, unterstreicht unsere Verpflichtung zur Weltoffenheit.

2 ENTSCHEIDUNGEN ZUR GESTALTUNG DES UNTERRICHTS

2.1 ALLGEMEINE VEREINBARUNGEN

Der vorliegende schulinterne Lehrplan deckt sämtliche im Kernlehrplan aufgeführten Kompetenzen ab. Er bietet in diesem Kapitel für die Lehrer/innen, Schüler/innen und Eltern einen Überblick, wie die Unterrichtsvorhaben konkret ausgestaltet werden können.

Dabei ist **verbindlich**, ...

- ...in welchem Halbjahr welche **Inhaltsfelder** behandelt werden.
- ...zu welchen Inhaltsfeldern eine Klausur geschrieben wird.
- ...im Zuge welcher Unterrichtssequenzen welche **Kompetenzen** erworben werden.
- ...dass das zentrale Lehrwerk das Schulbuch Elemente der Mathematik – Nordrhein-Westfalen (Schroedel-Verlag) darstellt.
- ...dass als technisches Hilfsmittel der Ti-Nspire CX CAS [Texas Instruments] verwendet wird.

Es ist **den Lehrer/innen überlassen**, ...

- ...wie die Unterrichtsvorhaben **konkretisiert** werden (aktuelle Fälle, Leitfragen etc.). **Die Angaben auf den folgenden Seiten sind beispielhaft.**
- ...mit welchem zusätzlichen **Material** die Unterrichtsvorhaben umgesetzt werden. Auf den folgenden Seiten wird auf das eingeführte Lehrbuch, aber auch auf vielfältige sonstige Materialien Bezug genommen. Davon kann – insbesondere aus Gründen der Aktualität – abgewichen werden.
- ...welche fakultativen Inhalte zusätzlich behandelt werden.

2.2 REIHENFOLGE UND ZEITLICHER UMFANG DER UNTERRICHTSVORHABEN

Einführungsphase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	EF-A1	38
II	EF-A2	
III	EF-A3	26
IV	EF-A4	22
V	EF-S1	12
VI	EF-S2	
VII	EF-G1	10
VIII	EF-G2	
	Summe:	<u>108</u>

Q1 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A0	8
II	Q-GK-A1	10
III	Q-GK-A2	8
IV	Q-GK-G1	8
V	Q-GK-G2	10
VI	Q-GK-G3	6
VII	Q-GK-G4	4
VIII	Q-GK-A3	10
IX	Q-GK-A4	12
	Summe:	76

Q2 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-S1	6
II	Q-GK-S2	8
III	Q-GK-S3	8
IV	Q-GK-S4	10
V	Q-GK-A5	10
VI	Q-GK-A6	12
	Summe:	54

Q1 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-A0	8
II	Q-LK-A1	16
III	Q-LK-A2	12
IV	Q-LK-G1	10
V	Q-LK-G2	10
VI	Q-LK-G3	10
VII	Q-LK-G4	16
VIII	Q-LK-A3	10
IX	Q-LK-A4	20
X	Q-LK-S1	6
XI	Q-LK-S2	10
XII	Q-LK-S3	8
	Summe:	126

Q2 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-A5	14
II	Q-LK-A6	20
III	Q-LK-S4	10
IV	Q-LK-S5	14
V	Q-LK-S6 ¹	10
VI	Q-LK-G5	10
VII	Q-LK-ZA	30
	Summe:	108

¹ Nur noch verbindlich für den Abiturjahrgang 2019/2020, anschließend nur noch fakultativ. Die betreffenden Stunden werden auf die anderen Unterrichtsvorhaben im Sinne der Verhältnismäßigkeit der Themen in den Abiturprüfungen verteilt.

2.3 KOMPETENZERWARTUNGEN UND KONKRETISIERTE UNTERRICHTSVORHABEN

2.3.1 Jahrgangsstufe EF

<p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (EF-A1)</i></p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen <p>Zeitbedarf: 22 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p>Thema: <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (EF-A2)</i></p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs <p>Zeitbedarf: 16 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p>Thema: <i>Von der lokalen Änderungsrate zur Ableitungsfunktion (EF-A3)</i></p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ableitungsfunktionen <p>Zeitbedarf: 26 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p>Thema: <i>Fortführung der Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (EF-A4)</i></p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung ganzzahliger Funktionen <p>Zeitbedarf: 22 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p>Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (EF-S1)</i></p> <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mehrstufige Zufallsexperimente <p>Zeitbedarf: 4 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p>Thema: <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (EF-S2)</i></p> <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bedingte Wahrscheinlichkeiten <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben VII:</u></p> <p>Thema: <i>Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (EF-G1)</i></p> <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Koordinatisierungen des Raumes <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Vektoren bringen Bewegung in den Raum (EF-G2)</i></p> <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vektoren und Vektoroperationen <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>	

Konkretisierung:

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld / Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (EF-A1)			
Einführung neuer Funktionenklassen (ca. 22 Std.)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen • Ganzrationale Funktionen 	Konkretisierte Kompetenzerwartungen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • beschreiben und untersuchen charakteristische Punkte und Eigenschaften von Graphen ganzrationaler Funktionen (Globalverlauf, Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Monotonieverhalten, Extrema) • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen, ganzrationale Funktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle • verwenden CAS-Taschenrechner zum <ul style="list-style-type: none"> ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen ... Lösen von Gleichungen 	Definition der Potenzfunktion aufbauend auf den Vorkenntnissen zu quadratischen Funktionen. Unterschiede zwischen linearem und exponentiellem Wachstum grafisch sowie algebraisch-funktional gegenüberstellen. Einfache Exponentialgleichungen werden mittels Logarithmus auch händisch gelöst. Transformationen, Globalverlauf, Symmetrie sowohl händisch als auch mit den Grafik- und CAS-Funktionen des Taschenrechners. Ganzrationale Funktionen höheren Grades: Grafikfunktionen des CAS nutzen, Parameter gezielt variieren, Vorteile der Linearfaktordarstellung und Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle thematisieren. Wichtig: Fortführung (Einführung für die Klassen mit ehemaligen Realschülern) der elementaren Bedienkompetenzen des CAS. Entsprechende Handouts beachten/verteilen.

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld / Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (EF-A2)			
Vergleich von Änderungsraten (ca. 16 Std.)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs • Grafisches Ableiten • Begriff des Extrempunktes 	Konkretisierte Kompetenzerwartungen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf • unterstützen Vermutungen beispielgebunden • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... grafischen Messen von Steigungen 	<p>Anwendungen zu durchschnittlichen Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen (z.B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhen-profil, Temperaturmessung, Aktien-kurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung usw.).</p> <p>Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (z.B.): vermeintliche Diskrepanz zwischen Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit.</p> <p>Tabellenkalkulation und Grafikfunktionen des CAS-Taschenrechners zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses einsetzen.</p> <p>Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) präzisieren, Untersuchung der Änderung von Änderungen (Wendepunkte) erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q-Phase).</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld / Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<ul style="list-style-type: none"> nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen 	
Von der lokalen Änderungsrate zur Ableitungsfunktion (EF-A3)			
Ableitungen berechnen (ca. 26 Std)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> Ableitungsfunktionen Ableitungsregeln Grenzwertbetrachtungen 	Konkretisierte Kompetenzerwartungen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) leiten Funktionen graphisch ab begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> analysieren und strukturieren die Problemsituation erkennen Muster und Beziehungen wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und 	<p>Grenzwertbetrachtung für mindestens eine geeignete Funktion („h-Methode“ oder „x → a-Methode“) exemplarisch.</p> <p>Ableitungsregeln für höhere Potenzen mit Hilfe des CAS-Taschenrechners entdecken, optional: Beweisidee erarbeiten.</p> <p>Gleichzeitiges Visualisieren der Ausgangs- und Ableitungsfunktion (z.B. mit DGS): Entdecken der Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten von Graphen höheren Grades und deren Ableitungen.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld / Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		Regeln verallgemeinert werden können <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen 	
Fortführung der Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (EF-A4)			
Ableitungen anwenden (ca. 22 Std)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen • Extrempunkte berechnen • Vorzeichenwechselkriterium • Inner- und Außermathematische Probleme 	Konkretisierte Kompetenzerwartungen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • leiten Funktionen graphisch ab • nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich (auch Randextrema) • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen 	Kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion zeigt, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist. Ganzrationale Funktionen: Zusammenhänge zwischen Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch Betrachtung von Monotonieintervallen und der möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung. Nullstellenbestimmung bei geeigneten Aufgaben ohne Verwendung des CAS. Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien verdeutlichen. Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen auch Tangentengleichungen berücksichtigen.

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld / Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen Muster und Beziehungen • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige /hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie 	
Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (EF-S1)			
<p>Alles Zufall?! (ca. 4 Std.)</p>	<p>Stochastik (S)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mehrstufige Zufallsexperimente • Wahrscheinlichkeitsverteilung • Erwartungswert 	<p>Konkretisierte Kompetenzerwartungen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln 	<p>Neben Glücksspielen auch Zufallsexperimente aus dem Alltag betrachten (Figuren in Überraschungseiern, Zufallsantworten bei Umfragen, Dunkelfeldforschung, Zufallsgenerator usw.).</p> <p>Zählprinzipien (Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) thematisieren.</p> <p>Digitale Werkzeuge zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilung</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld / Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Berechnen des Erwartungswertes von Wahrscheinlichkeitsverteilungen 	<p>lungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwenden, z. B. bei Berechnungen von Erwartungswerten m.H. der Tabellenkalkulation des CAS-Taschenrechners.</p>
<p>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (EF-S2)</p>			
<p>Bedingten Zufall unterscheiden (ca. 6 Std.)</p>	<p>Stochastik (S)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bedingte Wahrscheinlichkeiten • Mehrstufige Zufallsexperimente • Satz von Bayes 	<p>Konkretisierte Kompetenzerwartungen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln • bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit • bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten <p>Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete 	<p>Mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachten.</p> <p>Verständnis der Wahrscheinlichkeitsaussagen: fördern Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwenden.</p> <p>Zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld / Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		Fragestellung <ul style="list-style-type: none"> erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten [...] wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen 	zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen. Insbesondere Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – herausstellen.
Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (EF-G1)			
Körper im Raum (ca. 10 Std.)	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) <ul style="list-style-type: none"> Koordinatisierungen des Raumes Dreidimensionale Zeichnungen 	Konkretisierte Kompetenzerwartungen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen 	Erweiterung: dreidimensionales Koordinatensystem (z.B. Bewegung der Spidercam in einem kartesischen Koordinatensystem). Räumliches Vorstellungsvermögen an geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen schulen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern). Schrägbilder zeichnen und optional Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss. Mithilfe von DGS unterschiedliche Möglichkeiten einer Schrägbildzeichnung untersuchen und ihre Wirkung beurteilen.

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld / Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Vektoren bringen Bewegung in den Raum (EF-G2)</i>			
Vektorverständnis	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) <ul style="list-style-type: none"> • Vektoren und Vektoroperationen • Dreidimensionale Zeichnungen 	Konkretisierte Kompetenzerwartungen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren • stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar • berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras • addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität • weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus 	<p>Operieren mit Verschiebungspfeilen: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.</p> <p>Addition und Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar geometrisch und algebraisch betrachten. Alle Rechenoperationen sollen auch händisch beherrscht werden, CAS und DGS werden als Hilfsmittel vorgestellt.</p>

2.3.2 Qualifikationsphase - Grundkurs

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p>Thema: <i>Vertiefende Funktionsuntersuchung (Q-GK-A0)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p>Thema: <i>Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u></p> <p>Thema: <i>Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (Fortsetzung)

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p>Thema: <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u></p> <p>Thema: <i>Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehungen <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Winkel untersuchen und Orthogonalität prüfen (Q-GK-G4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt <p>Zeitbedarf: 4 Std</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>	
<p align="center">Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 78 Stunden</p>	

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p>Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u></p> <p>Thema: <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung(Q-GK-S2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>
Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS (Fortsetzung)	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p>Thema: <i>Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV :</u></p> <p>Thema: <i>Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Stochastische Prozesse <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u></p> <p>Thema: <i>Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u></p> <p>Thema: <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>
Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 54 Stunden	

2.3.3 Qualifikationsphase - Leistungskurs

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p>Thema: <i>Vertiefende Funktionsuntersuchung (Q-LK-A0)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p>Thema: <i>Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 16 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u></p> <p>Thema: <i>Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS (Fortsetzung)

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p>Thema: <i>Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Skalarprodukt <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u></p> <p>Thema: <i>Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Argumentieren• Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Argumentieren• Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden) <p>Zeitbedarf: 16 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Grundverständnis des Integralbegriffs <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IX:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Integralrechnung und Anwendungen <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-X:</u></p> <p>Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-XI:</u></p> <p>Thema: <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-XII:</u></p> <p>Thema: <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 8 Std</p>
<p align="center">Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 126 Stunden</p>	

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p>Thema: <i>Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Problemlösen• Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Fortführung der Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 14 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u></p> <p>Thema: <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none">• Fortführung der Differentialrechnung• Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p>Thema: <i>Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Problemlösen• Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Normalverteilung <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Testen von Hypothesen <p>Zeitbedarf: 14 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS (Fortsetzung)

Unterrichtsvorhaben Q2-V:

Thema:

Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Stochastische Prozesse

Zeitbedarf: 10 Std.

Unterrichtsvorhaben Q2-VI:

Thema:

Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei Geraden und Ebenen (Q-LK-G5)

Zentrale Kompetenzen:

- Problemlösen
- Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen)
- Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: 10 Std.

Unterrichtsvorhaben Q2-VII:

Thema:

Komplexe Aufgaben aller Themenbereiche (auch zur Vorbereitung auf das Abitur), u.a. Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-ZA)

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G). Analysis (A), Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Verknüpfung aller Kompetenzen

Zeitbedarf: 30 Std.

Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 108 Stunden

Konkretisierung: Q-Phase Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Vertiefende Funktionsuntersuchung (Q-GK-A0)</i>			
Vertiefende Untersuchung von ganzrationalen Funktionen (ca. 8 Std.)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen • Extrempunkte berechnen • Vorzeichenwechselkriterium und höhere Ableitungen/ Krümmungsverhalten • Inner- und Außermathematische Probleme 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden notwendige und hinreichende Kriterien (höhere Ableitung, Vorzeichenwechselkriterien [...]) zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Modellieren</i> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • übersetzen zunehmend Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) 	<p>Ausgehend von den Inhalten der Einführungsphase erfolgen zunächst innermathematische Funktionsuntersuchungen, um u.a. mathematisch präzise Schreibweisen anzugleichen.</p> <p>Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Tiefgarage, Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen.</p> <p>Zur Verdeutlichung der Wendepunktkriterien bietet es sich an, grafisches Ableiten (u.a. mit dem CAS-Rechner) zu wiederholen.</p> <p>Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<ul style="list-style-type: none"> • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (<i>Lösen</i>) • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>) • berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) 	<p>Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.</p>
<i>Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)</i>			
<p>Extremwert-Aufgaben</p> <p>(ca. 10 Std.)</p>	<p>Funktionen und Analysis (A)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Extremwert-Aufgaben in verschiedenen Sachkontexten • Bedeutung von Randwerten 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese <p>Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Modellieren</i> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung inner- 	<p>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</p> <p>Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. <i>Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.</i> An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden (u.a. heuristische-, try-and-error- Verfahren, mathematische Modellierung). Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. Dabei kann es hilfreich sein, gemeinsam eine Systematik zur Lösung von Opti-</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>halb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (<i>Lösen</i>) • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>) • berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) 	<p>mierungsproblemen zu erarbeiten.</p> <p>An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (z.B. Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.</p> <p>Bei komplizierten Anwendungssituationen (z.B. zusammengesetzte Körper) empfiehlt sich der Einsatz des CAS-Rechners zur Bestimmung der Extrema der Zielfunktion.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)</i>			
Steckbrief-Aufgaben (ca. 8 Std.)	Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) 	Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“ Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt. Eigenschaften von Funktionen und ihrer Ableitungen (vgl. Q-GK-A0) werden zur Modellierung bzw. Mathematisierung von Realsituationen verwendet. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. <i>Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der</i>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<ul style="list-style-type: none"> • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen 	<p><i>Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.</i></p> <p>Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.</p> <p><i>Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den CAS zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.</i></p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)</i>			
<p>Grundverständnis des Integralbegriffs</p> <p>(ca. 10 Std.)</p>	<p>Funktionen und Analysis (A)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren die zugehörige Flächeninhaltsfunktion unter einer vorgegebenen Ausgangsfunktion <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>) • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>) 	<p>Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).</p> <p><i>Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.</i></p> <p>Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen können. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.</p> <p>Schülervorträge über bestimmte Kontexte (z.B. näherungsweise Bestimmung des Flächeninhalts mit Hilfe von Trapezen) sind hier wünschenswert.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)</i>			
Integralrechnung (ca. 12 Std.)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> Bestimmen von Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>) unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung 	<p>Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist. <i>Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe von Computeranimationen und ggf. eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.</i> Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen, der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion wird im Hauptsatz formuliert.</p> <p>Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino oder unter Zuhilfenahme des CAS-Rechners)</p> <p>Bei der Berechnung von (orientierten) Flächeninhalten werden auch</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> nutzen [...] digitale Werkzeuge [<i>Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter</i>] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals 	<p>Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert. Dabei werden die Schnittstellen zwischen Graphen in der Regel numerisch mit dem CAS bestimmt.</p> <p>Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.</p>
<i>Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)</i>			
<p>Exponentialfunktionen</p> <p>(ca. 10 Std.)</p>	<p>Funktionen und Analysis (A)</p> <ul style="list-style-type: none"> Fortführung der Differentialrechnung 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> - natürliche Exponentialfunktion 	<p><i>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).</i></p> <p>Im Anschluss werden die Eigenschaften und Ableitungsregeln einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der CAS unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen ... grafischen Messen von Steigungen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus • nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen 	<p>Des Weiteren suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle. Dazu kann der CAS als Hilfsmittel genutzt werden.</p> <p>Zudem wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen. Außerdem können – unter Zuhilfenahme des CAS-Rechners – bereits die Ketten- und Produktregel hergeleitet werden.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)</i>			
<p>Modellieren von Sachkontexten</p> <p>(ca. 12 Stunden)</p>	<p>Funktionen und Analysis (A)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) 	<p>Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel angewendet, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten angewendet.</p> <p>In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird (vgl. Q-GK-A4).</p> <p>Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kon-</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<ul style="list-style-type: none"> • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) 	text interpretiert.

Konkretisierung: Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)</i>			
Geradengleichungen (ca. 8 Std.)	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) 	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und ggf. dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.</p> <p><i>Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</i></p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen („Spurpunkte“) sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Geodreiecke [...] geometrische Modelle und ggf. Dynamische-Geometrie-Software • verwenden verschiedene (auch digitale) Werkzeuge zum ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden ... Darstellen von Objekten im Raum 	<p>räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.</p> <p>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema EF-G1 an.</p>
<i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)</i>			
<p>Ebenengleichungen (ca. 10 Std.)</p>	<p>Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Ebenen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen 	<p>Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema EF-G2 wieder aufgegriffen. <i>Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.</i></p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum [...] Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen</p>	<p>Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).</p> <p>Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.</p> <p>Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren.</p> <p>Die Lösungsmengen werden mit dem CAS bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)</i>			
Lagebeziehungen (ca. 6 Std.)	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) <ul style="list-style-type: none"> Lagebeziehungen 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden [...] Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>) 	<p><i>Hinweis: Bei zweidimensionalen Abbildungen (z. B. Fotografien) räumlicher Situationen geht in der Regel die Information über die Lagebeziehung von Objekten verloren. Verfeinerte Darstellungsweisen (z. B. unterbrochene Linien, schraffierte Flächen, gedrehtes Koordinatensystem) helfen, dies zu vermeiden und Lagebeziehungen systematisch zu untersuchen.</i></p> <p>Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme, Tabellen, Mindmaps etc. sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die z.B. auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. Eine analoge Bearbeitung der in Q-GK-G2 erarbeiteten Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen bietet sich an.</p> <p>Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<ul style="list-style-type: none"> • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>) 	<p>genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden.</p> <p>Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden (Q-GK-G4).</p>
<i>Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Winkel untersuchen und Orthogonalität prüfen (Q-GK-G4)</i>			
<p>Skalarprodukt</p> <p>(ca. 4 Std.)</p>	<p>Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zer- 	<p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Eine Herleitung der Formel zur Winkelberechnung zwischen zwei Vektoren kann mit Hilfe des Kosinussatzes erarbeitet werden.</p> <p><i>Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.</i></p> <p>Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>legen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...] (<i>Lösen</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) 	<p>kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.</p> <p>Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offene) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden.</p> <p><i>Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen (anknüpfend an das Thema EF-G2) wieder aufgenommen werden.</i></p> <p>Es werden ggf. auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.</p>

Konkretisierung: Q-Phase Grundkurs Stochastik (S)

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</i>			
<p>Einführung in die analytische Statistik und Stochastik</p> <p>(ca. 6 Std.)</p>	<p>Stochastik (S)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) 	<p>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.</p> <p>Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße („fares vs. lohnendes Spiel“) definiert.</p> <p>Das Grundverständnis von Streumaßen wird z.B. durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.</p> <p>Über eingängige Beispiele (Notenspiegel, Körpergröße, etc.) von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
			<p>untersucht und interpretiert.</p> <p>Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</p>
<i>Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)</i>			
<p>Binomialverteilung I</p> <p>(ca. 8 Std.)</p>	<p>Stochastik (S)</p> <ul style="list-style-type: none"> Binomialverteilung 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen [...] <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) 	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm, ggf. unter Nutzung des CAS.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) 	<p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.</p> <p><i>Hinweis: Der Einsatz des CAS zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p>
<i>Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)</i>			
<p>Binomialverteilung II (ca. 8 Std.)</p>	<p>Stochastik (S)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung inner- 	<p>In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:</p> <ul style="list-style-type: none"> - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>halb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>) 	<p>Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten (z.B. Auslastungsmodell, Kugel-Fächer-Modell, No-Show-Rate). Auch Beispiele der Modellumkehrung („Von der Verteilung zur Realsituation“) bieten sich an.</p> <p><i>Für leistungsstarke Kurse:</i> Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.</p> <p><i>Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch mittels des CAS simuliert werden.</i></p>
<p><i>Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S4) [*nur noch verbindlich für den Abiturjahrgang 2019/2020, anschließend nur noch fakultativer Inhalt]</i></p>			
<p>Übergangsprozesse (ca. 10 Std.)</p>	<p>Stochastik (S)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Stochastische Prozesse 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) 	<p><i>Hinweis:</i> <i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Ent-</i></p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) 	<p><i>wicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i></p> <p>Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Gozintographen, der ein Übergangsverhalten veranschaulicht. Im Zusammenhang mit der Interpretation des Übergangsverhaltens wird daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickelt.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten (z.B. „Rent-A-Bike“) führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</p> <p>Bei der Berechnung von z.B. langfristigen und stabilen Verteilungen sowie zur Bestimmung vorheriger Bestände soll der CAS als Hilfsmittel genutzt werden.</p>

Konkretisierung: Q-Phase Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Vertiefende Funktionsuntersuchung (Q-LK-A0)</i>			
Vertiefende Untersuchung von ganzrationalen Funktionen (ca. 8 Std.)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> Funktionen als mathematische Modelle 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> verwenden notwendige und hinreichende Kriterien (höhere Ableitung, Vorzeichenwechselkriterien [...]) zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Modellieren</i> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> übersetzen zunehmend Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>) wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um 	<p>Ausgehend von den Inhalten der Einführungsphase erfolgen zunächst innermathematische Funktionsuntersuchungen, um u.a. mathematisch präzise Schreibweisen anzugleichen.</p> <p>Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Tiefgarage, Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen.</p> <p>Zur Verdeutlichung der Wendepunktkriterien bietet es sich an, grafisches Ableiten (u.a. mit dem CAS-Rechner) zu wiederholen.</p> <p>Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (<i>Lösen</i>) • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>) • berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) 	<p>Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.</p>
<i>Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)</i>			
<p>Extremwertaufgaben</p> <p>(ca. 16 Std.)</p>	<p>Funktionen und Analysis (A)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese <p>Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Modellieren</i> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kennt- 	<p>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</p> <p>Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. <i>Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.</i> An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden (u.a. heuristische-, try-and-error- Verfahren, mathematische Modellierung). Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>nisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (<i>Lösen</i>) • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>) • berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) 	<p>Dabei kann es hilfreich sein, gemeinsam eine Systematik zur Lösung von Optimierungsproblemen zu erarbeiten.</p> <p>An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (z.B. Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.</p> <p>Bei komplizierten Anwendungssituationen (z.B. zusammengesetzte Körper) empfiehlt sich der Einsatz des CAS-Rechners zur Bestimmung der Extrema der Zielfunktion.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-LK-A2)</i>			
Steckbriefaufgaben und Lösen von LGS (ca. 12 Std.)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kennt- 	Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“ Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt. Eigenschaften von Funktionen und ihrer Ableitungen (vgl. Q-LK-A0) werden zur Modellierung bzw. Mathematisierung von Realsituationen verwendet. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. <i>Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene</i>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>nisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen 	<p><i>Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.</i></p> <p>Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.</p> <p><i>Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den CAS zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.</i></p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)</i>			
Integralrechnung I (ca. 10 Std.)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren die zugehörige Flächeninhaltsfunktion unter einer vorgegebenen Ausgangsfunktion Prozessbezogene Kompetenzen: Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>) • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>) 	<p>Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).</p> <p><i>Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.</i></p> <p>Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen können. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.</p> <p>Schülervorträge über bestimmte Kontexte (z.B. näherungsweise Bestimmung des Flächeninhalts mit Hilfe von Trapezen) sind hier wünschenswert.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)</i>			
Integralrechnung II (ca. 20 Std.)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> Integralrechnung und Anwendungen 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>) 	<p>Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-LK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist. <i>Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe von Computeranimationen und ggf. eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.</i> Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen, der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion wird im Hauptsatz formuliert.</p> <p>Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino oder unter Zuhilfenahme des CAS-Rechners)</p> <p>Bei der Berechnung von (orientierten) Flächeninhalten werden auch Intervalladditivität und Linearität (bei der</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<ul style="list-style-type: none"> • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>) • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen [...] digitale Werkzeuge [<i>Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionsplotter</i>] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals 	<p>Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert. Dabei werden die Schnittstellen zwischen Graphen in der Regel numerisch mit dem CAS bestimmt.</p> <p>Als Anwendung der Integralrechnung werden Körper thematisiert, die durch die Rotation einer Funktion um die Abszisse entstehen.</p> <p>Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.</p>
<i>Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)</i>			
Exponentialfunktionen (ca. 14 Std.)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: 	<p><i>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).</i></p> <p>Im Anschluss werden die Eigenschaften und Ableitungsregeln einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der CAS unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>- natürliche Exponentialfunktion</p> <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen ... grafischen Messen von Steigungen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus • nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen 	<p>Transformationen.</p> <p>Des Weiteren suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle. Dazu kann der CAS als Hilfsmittel genutzt werden.</p> <p>Zudem wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen. Außerdem können – unter Zuhilfenahme des CAS-Rechners – bereits die Ketten- und Produktregel hergeleitet werden.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)</i>			
Modellieren von Wachstums- und Zerfallprozessen (ca. 20 Std.)	Funktionen und Analysis (A) <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) 	<p>Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel angewendet, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten angewendet.</p> <p>In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird (vgl. Q-LK-A4).</p> <p>Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kon-</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<ul style="list-style-type: none"> • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) 	text interpretiert.

Konkretisierung: Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)</i>			
Geradengleichungen (ca. 10 Std.)	Analytische Geometrie und lineare Algebra (G) <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Geraden in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) 	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und ggf. dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.</p> <p><i>Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren, z. B. zur Beschreibung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</i></p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden ... Darstellen von Objekten im Raum 	<p>einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen („Spurpunkte“) erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Diese Darstellung sollte hinreichend geübt und die Berechnungen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden.</p> <p><i>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema EF-G1 an.</i></p>
<i>Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)</i>			
<p>Winkel im Raum</p> <p>(ca. 10 Std.)</p>	<p>Analytische Geometrie und lineare Algebra (G)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...] 	<p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.</p> <p><i>Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.</i></p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) 	<p>Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt.</p> <p>Anknüpfend an das Thema EF-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.</p> <p>In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) kann schon entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.</p>
<i>Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)</i>			
<p>Ebenen im Raum</p> <p>(ca. 10 Std.)</p>	<p>Analytische Geometrie und lineare Algebra (G)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Ob- 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • deuten das Skalarprodukt geometrisch und 	<p>Die unterschiedlichen Darstellungsformen von Ebenengleichungen und ihre jeweilige geometrische Deutung (Parameterform, Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) wer-</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
	<p>ebenen (Ebenen)</p>	<p>berechnen es</p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) 	<p>den gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Ein Wechsel zwischen den Darstellungsformen sollte – auch hilfsmittelfrei – eingeübt werden. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen kann eine räumliche Geometriesoftware verwendet werden.</p> <p><i>Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft.</i></p>
<i>Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)</i>			
<p>Abstände im Raum I</p> <p>(ca. 16 Std.)</p>	<p>Analytische Geometrie und lineare Algebra (G)</p>	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext 	<p>Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
	<ul style="list-style-type: none"> Lagebeziehung und Abstände (von Geraden) 	<ul style="list-style-type: none"> untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden [...] berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) verwenden die Fachsprache und fachspe- 	<p>Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsbeziehung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an.</p> <p>Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen.</p> <p>In der Rückschau sollten die Schüler nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme, Tabellen, Mindmaps etc. sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbst solche Darstellungen entwickeln, z.B. auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens können nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		zifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>) <ul style="list-style-type: none"> • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>) 	werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.
<i>Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei Geraden und Ebenen (Q-LK-G5)</i>			
Abstände im Raum II (ca. 10 Std.)	Analytische Geometrie und lineare Algebra (G) <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen • berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Län- 	Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Auch hier kann eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung. Abstände von Punkten zu Geraden und zu Ebenen ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>genberechnung)</p> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <p>verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum</p> <ul style="list-style-type: none"> ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen ... Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen 	<p>können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.</p> <p>Das Gauß-Verfahren kann anknüpfend an das Thema Q-LK-A2 im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des CAS Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Komplexe Aufgaben aller Themenbereiche (auch zur Vorbereitung auf das Abitur), u.a. Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-ZA)</i>			
Abiturvorbereitung (ca. 30 Std.)	Analytische Geometrie und lineare Algebra (G), Analysis (A), Stochastik (S)	Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstel- 	<p><i>Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.</i></p> <p>Deshalb beschließt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, z.B. im Bereich der Analytischen Geometrie/Linearen Algebra 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen.</p> <p>Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des CAS zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>lungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (<i>Lösen</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>) • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>) 	<p>der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden.</p> <p>Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit eine Rolle.</p> <p>Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten und so auf problemorientierte Abituraufgaben vorbereiten.</p>

Konkretisierung: Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S)

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)</i>			
Einführung in die analytische Statistik und Stochastik (ca. 6 Std.)	Stochastik (S) <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) 	<p>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.</p> <p>Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße („fares vs. lohnendes Spiel“) definiert.</p> <p>Das Grundverständnis von Streumaßen wird z. B. durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert.</p> <p>Über eingängige Beispiele (Notenspiegel, Körpergröße, etc.) von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
			Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.
<i>Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)</i>			
Binomialverteilung I (ca. 10 Std.)	Stochastik (S) <ul style="list-style-type: none"> Binomialverteilung 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> nutzen grafikfähige Taschenrechner und 	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung können betrachtet werden („Von der Verteilung zur Realsituation“).

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		Tabellenkalkulationen [...] <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen 	<i>Hinweis: Der Einsatz des CAS zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i>
<i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)</i>			
Binomialverteilung II (ca. 8 Std.)	Stochastik (S) <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) 	Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm, ggf. unter Nutzung des CAS. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung z. B. induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$. Das Konzept der σ -Umgebungen wird

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<ul style="list-style-type: none"> • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (<i>Lösen</i>) • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen 	<p>durch Sachbespiele motiviert. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und ggf. um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ - Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.</p>
<i>Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)</i>			
<p>Normalverteilung</p> <p>(ca. 10 Std.)</p>	<p>Stochastik (S)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Normalverteilung 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen 	<p>Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt.</p> <p>Die Auseinandersetzung mit binomial-</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>ßen führen</p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve) <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>) 	<p>verteilten Anwendungsbeispielen mit großem Stichprobenumfang führt zu Fragestellungen kontinuierlicher Zufallsvariablen und damit zur Betrachtung von Glockenkurven. Beispielsweise mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.</p> <p><i>Ergänzung für leistungsfähige Kurse:</i> Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.</p> <p>Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.</p> <p>Da auf dem CAS die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Generieren von Zufallszahlen • ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen • ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen • ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen • nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge 	<p>diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des CAS.</p> <p>Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.</p>
<i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)</i>			
<p>Hypothesentest</p> <p>(ca. 14 Std.)</p>	<p>Stochastik (S)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Testen von Hypothesen 	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse • beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art 	<p>Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten.</p> <p>Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>) • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (<i>Diskutieren</i>) 	<p>Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden. Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? (Nullhypothese, Gegenhypothese) - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? <p>Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet (ggf. Veranschaulichung durch den Graphen der Operationscharakteristik).</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<i>Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6) [*nur noch verbindlich für den Abiturjahrgang 2019/2020, anschließend nur noch fakultativer Inhalt]</i>			
Übergangsprozesse (ca. 10 Std.)	Stochastik (S) <ul style="list-style-type: none"> Stochastische Prozesse 	Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze 	<p><i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i></p> <p>Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Gozintographens, der ein Übergangsverhalten veranschaulicht. Im Zusammenhang mit der Interpretation des Übergangsverhaltens wird daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickelt.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten (z. B. „Rent-A-Bike“) führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme</p>

Unterrichtsvorhaben	Inhaltsfeld Inhaltliche Schwerpunkte	Schwerpunkte der Kompetenzentwicklung Die Schülerinnen und Schüler	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
		<p>und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) 	<p>und ihrer Lösungsmengen an.</p> <p>Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der CAS als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.</p> <p>Bei der Berechnung von z.B. langfristigen und stabilen Verteilungen sowie zur Bestimmung vorheriger Bestände soll der CAS als Hilfsmittel genutzt werden.</p>

2.4 GRUNDSÄTZE DER FACHMETHODISCHEN UND FACHDIDAKTISCHEN ARBEIT

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen.

- 1) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
- 2) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
- 3) Aufgabenstellungen werden zunehmend problemorientiert und zunehmend offener formuliert.
- 4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
- 5) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
- 6) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
- 7) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
- 8) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
- 9) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit.
- 10) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
- 11) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
- 12) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.4.1 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Grundlagen der Leistungsbewertung ergeben sich aus dem Schulgesetz, den Richtlinien und Lehrplänen des Faches Mathematik, sowie der APO-GOST.

Wesentliche, dort formulierte Grundsätze sind im Leistungsbewertungskonzept des Landrat-Lucas-Gymnasiums festgehalten und konkretisiert worden. An dieser Stelle erfolgt eine weitere, fachspezifische Konkretisierung.

2.4.2 Übersicht über Anzahl und Dauer von schriftlichen Arbeiten

Stufe	Anzahl der Arbeiten pro Halbjahr	Dauer	
		GK	LK
EF	2	90	
Q1	2	90	135
Q2	2	135	225

2.4.3 Leistungsrückmeldung

schriftliche Leistungen

In der Sekundarstufe II werden Klausuren geschrieben, deren Anzahl und Dauer in Abschnitt 2.3.1 festgehalten sind. Die Aufgabenstellungen der Klausuren orientieren sich am Kernlehrplan Mathematik in der jeweils gültigen Fassung. Die Aufgabenstellungen spiegeln die im Unterricht erworbenen Kompetenzen und Arbeitsweisen wieder. Ein Teil der Aufgaben sind dem reproduktiven Bereich entnommen, es sind aber zunehmend Aufgaben zu bearbeiten, bei denen Begründungen, Darstellung von Zusammenhängen, Interpretationen und kritische Reflexionen eingefordert werden. Sowohl inhaltsbezogene als auch prozessbezogene Kompetenzen sollen in einer Klausur verlangt werden. Die Punkteverteilung und das Notenraster orientiert sich an den Vorgaben für das Zentralabitur.

Die Klassenarbeiten werden so korrigiert, dass die individuellen Fehler sowie deren Gewichtung transparent nachvollziehbar sind, um so den Schülerinnen und Schülern eine Behebung ihrer individuellen Schwächen zu ermöglichen. Der Erwartungshorizont wird mit den Schülern im Unterricht besprochen.

Abweichend von der Punktwertung kann eine Auf- und Abstufung um eine Notentendenz erfolgen, wenn z.B. die logische Struktur überdurchschnittlich oder die Darstellungsleistung inakzeptabel ist.

Häufige Verstöße gegen den richtigen Gebrauch der deutschen Sprache führen zur Absenkung der Note um bis zu eine Notenstufe.

Sonstige Mitarbeit

Außer den schriftlichen Leistungen wird bei der Gesamtnote auch die sonstige Mitarbeit berücksichtigt. Diese setzt sich zusammen aus den Teilbereichen

- Mitarbeit im Unterricht (Anwendung der Fachsprache und Argumentationstechniken; hierbei: stärkere Berücksichtigung der weiterführenden Beiträge und Nachweis methodischer Fertigkeiten; Berücksichtigung des Lernfortschrittes und der Bereitschaft zum selbsttätigen und – ständigen Handeln Beiträge zum Unterrichtsgespräch in Form von Lösungsvorschlägen, das Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen, Plausibilitätsbetrachtungen oder das Bewerten von Ergebnissen)
- Vorbereitung auf den Unterricht
- Referate, Präsentationen, praktische Übungen
- Heftführung
- Führen eines Regelheftes im Ganztage ab der Klasse 5
- Schriftliche Lernerfolgskontrollen
- ggf. alternative Beurteilungsformen wie Portfolio, Mitarbeit in Projekten
- Hausaufgaben in der Oberstufe dienen der Nachbereitung und der Vorbereitung des Unterrichtes. Insofern sind sie Grundlage für eine kontinuierliche Beteiligung im Unterricht.
- Interaktions- und Teamleistung (Gesprächsverhalten, Kritikfähigkeit)
Eine Note wird auf Nachfrage differenziert begründet. Dabei kann z.B. auf die im Leistungsbewertungskonzept genannten Kriterien oder auf den nachfolgenden Kriterienkatalog Bezug genommen werden. Eine Bewusstheit solcher Kriterien bei den Schüler/innen wird gefördert (z.B. durch Selbstbewertungsbögen). Qualität und Quantität der erbrachten Leistungen werden bei der Notenfindung angemessen berücksichtigt.

Gesamtnote

Die Zeugnisnote wird von der Fachlehrkraft am Ende eines Schulhalbjahres aus den Bereichen „Schriftliche Leistungen“ und „Sonstige Mitarbeit“ als Gesamtbeurteilung gebildet. In der Sekundarstufe I werden beide Bereiche angemessen berücksichtigt.

Eine rein rechnerische Ermittlung der Note als arithmetisches Mittel beider Einzelbewertungen ist nicht sinnvoll und auch nicht zulässig.

2.4.4 Lehr- und Lernmittel

Am Landrat-Lucas-Gymnasium eingeführt sind folgende Lehrwerke:

- **Jahrgangsstufe EF:** *Elemente der Mathematik, Einführungsphase NRW* (Schroedel Verlag)
- **Jahrgangsstufe Q1/Q2:** *Elemente der Mathematik, Qualifikationsphase (Grund- bzw. Leistungskurs) NRW* (Schroedel Verlag)

3 ENTSCHEIDUNGEN ZU FACH- UND UNTERRICHTSÜBERGREIFENDEN FRAGEN

Projektkurse

Über die Einrichtung von Projektkursen mit mathematischen Inhalten wird jährlich in der Fachkonferenz beraten.

Vorbereitung auf die Erstellung der Facharbeit

Spätestens im ersten Halbjahr der Qualifikationsphase werden im Unterricht an geeigneten Stellen Hinweise zur Erstellung von Facharbeiten gegeben. Dies betrifft u. a. Themenvorschläge, Hinweise zu den Anforderungen und zur Bewertung.

Wettbewerbe

Für die Jahrgangsstufen EF bis Q2 ist die Teilnahme am Känguru-Wettbewerb freiwillig. Die Teilnahme an der Mathematik-Olympiade für begabte SchülerInnen wird angeboten. Nach Möglichkeit wird am Informatik-Biber-Wettbewerb teilgenommen. Für die Förderung talentierter SchülerInnen wird die Teilnahme an folgenden Wettbewerben angeboten:

- Macht Mathe
- MathematicalModellingCompetitionMaastricht [MMM]
- Bonner Mathematik-Turnier

4 EVALUATION DES SCHULINTERNEN CURRICULUMS

Zielsetzung: Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „lebendes Dokument“ zu betrachten. Dementsprechend sind die Inhalte stetig zu überprüfen, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz trägt durch diesen Prozess zur Sicherung und Weiterentwicklung des Unterrichtsqualität und des Faches bei.

Prozess: Der Prüfmodus erfolgt jährlich. Zu Schuljahresbeginn werden die Erfahrungen des vergangenen Schuljahres in der Fachschaft gesammelt, bewertet und eventuell notwendige Konsequenzen formuliert. Der hier vorliegende Bogen kann als Instrument einer solchen Bilanzierung genutzt werden.